

**Zerlegung von
Zweiteilchen-Streumatrixelementen mit
einem virtuellen Photon nach
invarianten Amplituden**

Dissertation
dem Fachbereich Physik
der Freien Universität Berlin

vorgelegt von
Steffen Meyer
aus Lübeck

1971

Zerlegung von Zweiteilchen-Streumatrixelementen mit einem virtuellen Photon nach invarianten Amplituden

Dissertation
dem Fachbereich Physik
der Freien Universität Berlin

vorgelegt von
Steffen Meyer
aus Lübeck



Gutachter: Prof. Dr. K. H. Mütter - Prof. Dr. W.R. Theis
Tag der mündlichen Prüfung : 22.7.1971

Inhalt:

Einleitung

1. Die T-Matrix für die Zweiteilchen-Streuung mit einem Photon
 - a.) Darstellung
 - b.) Zerlegung nach Kovarianten und invarianten Amplituden
2. Die Kovarianten für den Fall $s = 1/2$
3. Die Kovarianten für den Fall $s = 1$
4. Die Kovarianten für den allgemeinen Fall s beliebig ganz- oder halbzahlig.
5. Zusammenfassung und Vergleich mit der Entwicklung von Zwanziger.

Anhang 1. Basiskovarianten

Anhang 2. Relationen zwischen Kovarianten für den Fall $s = 1$.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548807_0069

Einleitung

Um die bewiesenen oder postulierten analytischen Eigenschaften der relativistischen Zweiteilchen-Streuamplitude auf Streuprozesse von Teilchen mit Spin anwenden zu können, ist es zweckmäßig, eine Zerlegung der Streumatrix nach einem Satz von linear unabhängigen Kovarianten, die die Forderung der relativistischen Kinematik erfüllen, und invarianten Amplituden, die analytische Funktionen der Lorentzinvarianten sind, anzugeben.

Bei dieser Zerlegung nach Kovarianten und invarianten Amplituden hat man darauf zu achten, daß durch die Wahl der Basisvektoren keine kinematischen Singularitäten und keine Relationen in die invarianten Amplituden eingeführt werden. Invariante Amplituden heißen frei von kinematischen Singularitäten, wenn aus der Tatsache, daß die T-Matrix in den Komponenten der Impulsvektoren an einer Stelle regulär ist, folgt, daß dort auch alle invarianten Amplituden regulär sind.

Entwicklungen der Streumatrix, die die obigen Forderungen erfüllen, sind von Hepp¹, Joos² und Williams³ für die kontinuierliche homogene Lorentz-Gruppe angegeben worden. Die diskreten Symmetrietransformationen Raumpiegelung und Zeitumkehr wurden von Hardenberg, Mütter, Theis⁴ hinzugenommen und eine Entwicklung für zwei Teilchen-Prozesse mit positiven Massen und Spinkonfigurationen $s + 0 \rightarrow s + 0$, $0 + 0 \rightarrow 1 + 0$, $1/2 + 0 \rightarrow 3/2 + 0$ und $s + 1/2 \rightarrow s + 1/2$ ⁵, die frei von kinematischen Singularitäten und Relationen sind, wie sie die entsprechenden Helizitätsamplituden zu erfüllen haben, angegeben.

Hier soll der Fall betrachtet werden, daß eins der am Streuprozess beteiligten Teilchen ein Photon ist. das auch virtuell sein kann mit dem Viererimpuls $q^2 \neq 0$.

Ein Einphotonzustand kann durch die irreduziblen Darstellungen der Poincaré-Gruppe zur Masse $m=0$ und Helizität ± 1 beschrieben werden, wobei die zwei Helizitätszustände durch Hinzunahme der Spiegelungen verknüpft sind⁸. Eine Verallgemeinerung auf den Fall des virtuellen Photons ist nicht möglich, da die Darstellungen mit Hilfe der kleinen Gruppe gewonnen werden. Die Beschreibung des Photons durch das Vektorpotential erlaubt eine Ausdehnung auf virtuelle Photonen, deshalb wird das Vektorpotential im folgenden benutzt. Für ein Photon mit $q^2=0$ muß das Vektorpotential dann die Lorentzbedingung und die Eichbedingung erfüllen.

Für die Äquivalenz der Beschreibungsmöglichkeiten des Photons mit $q^2=0$ siehe⁶. Für ein Photon mit $q^2=0$ hat Zwanziger⁷ eine Zerlegung der Streumatrix in kovariante und invariante Amplituden, frei von kinematischen Singularitäten, angegeben, wobei das Photon durch die zwei Helizitätszustände beschrieben wird.

Diese Zerlegung läßt sich nicht auf den Fall eines virtuellen Photons verallgemeinern.

Das Vektorpotential kann als interpolierendes Feld lokal an den Hadronenstrom gekoppelt werden.

Neben der Zerlegung für den Prozess $s + \gamma \rightarrow s + 0$, können dann Zerlegungen für virtuelle Photonen, also die Einphotonnäherung^e für die Prozesse $e + s \rightarrow e + s + 0$ und $\mu + s \rightarrow \mu + s + 0$ angegeben werden.

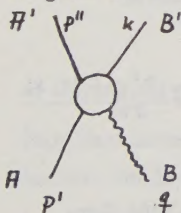
Ausgehend von einer Darstellung der T-Matrix, in der ein freies Photon durch den Polarisationsvektor $\epsilon_\mu(q)$ beschrieben wird, wird ein Teil 1. eine Zerlegung nach Kovarianten und invarianten Amplituden angegeben. Die Konstruktion der Kovarianten wird für den Fall $s=1/2$ (Teil 2) und $s=1$ (Teil 3) als Grundlage für die Konstruktion des allgemeinen Falls (s beliebig halb- oder ganzzahlig) (Teil 4) durchgeführt. Teil 5 enthält die Zusammenfassung und einen Vergleich mit der Entwicklung von Zwanziger⁷ für den Fall, daß alle massiven Teilchen Spin 0 haben und das Photon $q^2=0$ erfüllt.

Der Anhang enthält die Heppschen Standortkovarianten und Relationen zwischen den Kovarianten.

1. Die T-Matrix für den Vierteilchenprozess mit einem Photon, zwei Teilchen mit beliebigem, aber gleichem Spin und einem Teilchen mit Spin Null.

a) Darstellung

Für den Streuprozess $A+B \rightarrow A'+B'$, wobei Teilchen A und A' gleichen Spin $s=1/2, 1, 3/2, \dots$ und verschiedene Massen M' und M'' haben, während B ein Photon (oder Vektorteilchen mit Masse $q^2=m^2$) und B' ein skalares Teilchen der Masse $k^2=m'^2$ ist, erhält man folgende Darstellung für die T-Matrix.



$$T_{A''A'}^{ss} (p''k, p'q) =$$

$$= - \iint d^4x d^4y \int \frac{f^*(y)}{q_k} k_x k_y D_{s_3''A''}^{s*}(L(p'')) \langle p''s_3'' | T \phi(y) \not{H}_\mu(x) | p's_3' \rangle D_{s_3'A'}^s(L(p')) \frac{f^\mu(x)}{q_k}$$

wobei $f_{\vec{k}}^{\mu}(x)$ bzw. $f_{\vec{k}}^{\mu}(y)$ die Wellenfunktionen (vollständig, orthonormal) der durch die Felder $A_{\mu}(x)$ bzw. $\phi(y)$ beschriebenen Teilchen sind. $D_{S, R}^{SS}(\Lambda)$ bezeichnet die $(2s+1)$ dimensionale Darstellung $D^{SS, 0}$ der Lorentztransformation Λ . $L(p)$ ist die reine Lorentztransformation, die p auf Ruhe transformiert². Alle Schwierigkeiten, die Reduktionsformeln für masselose Teilchen zu übertragen, werden dabei übergangen. Geht man zu Impulseigenfunktionen über, so erhält man

$$T_{R''R'}^{SS}(p''k, p'q) = \quad (1.1)$$

$$= -\frac{1}{(2\pi)^3} \iint d^4x d^4y e^{i(ky - qx)} k_x k_y D_{S, R''}^{S*} (L(p'')) \langle p''s'' | T \phi(y) A_{\mu}(x) | p's' \rangle \cdot D_{S, R'}^S (L(p')) \epsilon_{\mu}(q)$$

mit $\epsilon^{\mu}(q)$ dem Polarisationsvektor.

Die T-Matrix kann also stets als

$$T_{R''R'}^{SS}(p''k, p'q) = \tilde{T}_{R''R', \mu}^{SS}(p''k, p'q) \epsilon^{\mu}(q) \quad (1.2)$$

dargestellt werden.

Im weiteren sollen die Größen $\tilde{T}_{R''R', \mu}^{SS}(p''k, p'q)$ mit dem Transformationsverhalten unter homogenen Lorentztransformationen

$$\tilde{T}_{R''R', \mu}^{SS}(p''k, p'q) = \Lambda_{\mu}^{\nu} D_{R''R'''}^{S*}(\Lambda) \tilde{T}_{R''R''', \nu}^{SS}(\Lambda p'' \wedge k; \Lambda p' \wedge q) D_{R'R'}^S(\Lambda) \quad (1.3)$$

betrachtet werden. Für diese Größen wird im folgenden eine Zerlegung nach unabhängigen Kovarianten und invarianten Amplituden frei von kinematischen Singularitäten und Einschränkungen angegeben.

Zur Elimination von Spin 0 Teilchen in $\mathcal{E}^{\mu}(\varphi)$ muß $\mathcal{E}^{\mu}(\varphi)q_{\mu} = 0$ sein. Dann werden durch die T-Matrix virtuelle Photonen und massive Vektorteilchen beschrieben. Für das Photon lautet dann die Eichbedingung:

$$\tilde{T}_{\pi^0 \pi^0 \mu}^{ss}(p^* k; p' q) q^{\mu} = 0 \quad (1.4)$$

Weiter ergibt sich für das Matrixelement $\tilde{T}_{\pi^0 \pi^0 \mu}^{ss}(p^* k; p' q)$:

Das Verhalten unter Lorentztransformationen Λ ist durch Gl. (1.3) gegeben. Ist die Streumatrix invariant unter den diskreten Symmetrietransformationen Parität P und Zeitumkehr T, dann gilt für

$$\tilde{T}_{\pi^0 \pi^0 \mu}^{ss}(p^* k; p' q) \quad \text{folgendes:}$$

Parität (1.5)

$$\tilde{T}_{\pi^0 \pi^0 \mu}^{ss}(p^* k; p' q) = \eta_p g_{\mu \nu} \tilde{T}_{\pi^0 \pi^0 \nu}^{ss}(\pi p^* \pi k; \pi p' \pi q) D_{\pi^0 \pi^0}^{S^*}(L^2(p^*)) D_{\pi^0 \pi^0}^S(L^2(p'))$$

mit $\eta_p = \pm 1$ dem Produkt der inneren Paritäten der vier Teilchen;
und $\pi p^* = \begin{pmatrix} p^* \\ -\vec{p}^* \end{pmatrix}$.

Zeitumkehrinvarianz

$$\tilde{T}_{\pi^0 \pi^0 \mu}^{ss}(p^* k; p' q) = - \tilde{T}_{\pi^0 \pi^0 \mu}^{ss}(\pi p^* \pi k; \pi p' \pi q) D_{\pi^0 \pi^0}^{S^*}(i\sigma_z) D_{\pi^0 \pi^0}^S(i\sigma_z) \quad (1.6)$$

b) Zerlegung von $\tilde{T}_{\pi^0 \pi^0 \mu}^{ss}(p^* k; p' q)$.

Das Matrixelement $\tilde{T}_{\pi^0 \pi^0 \mu}^{ss}$ wird mit Hilfe eines vollständigen Satzes von Kovarianten nach invarianten Amplituden zerlegt:

$$\tilde{T}_{\pi^0 \pi^0 \mu}^{ss}(p^* k; p' q) = \sum_m \bar{F}_m(s, t) Q_m^{\pi^0 \pi^0 \mu}(p^* k, p' q) \quad (1.7)$$

mit $s = (p' + q)^2$, $t = (p' - p'')^2$

Die Kovarianten $Q_{m \bar{A}'' A' \mu}^{ss}(p'' k, p' q)$ beschreiben die kinematischen Eigenschaften des Streuprozesses vollständig. Sie haben folgende Eigenschaften:

α) Verhalten unter homogenen Lorentztransformationen:

$$Q_{m \bar{A}'' A' \mu}^{ss}(p'' k, p' q) = \Lambda_{\mu}^{\nu} Q_{m \bar{A}'' \bar{A}' \nu}^{ss}(\Lambda p'' \wedge k, \Lambda p' \wedge q) \prod_{\bar{A}'' \bar{A}'''}^{s*}(\Lambda) \prod_{\bar{A}' A'}^s(\Lambda) \quad (1.8)$$

β) Verhalten unter Raumspiegelung:

$$Q_{m \bar{A}'' A' \mu}^{ss}(p'' k, p' q) = \pi_m Q_{m \bar{A}'' \bar{A}' \mu}^{ss}(\pi p'' \pi k, \pi p' \pi q) \prod_{\bar{A}'' \bar{A}'''}^{s*}(L^z(p'')) \prod_{\bar{A}' A'}^s(L^z(p')) \quad (1.9)$$

γ) Verhalten unter Zeitumkehr:

$$Q_{m \bar{A}'' A' \mu}^{ss}(p'' k, p' q) = -\tau_m Q_{m \bar{A}'' \bar{A}' \mu}^{ss}(\tau p'' \tau k, \tau p' \tau q) \prod_{\bar{A}'' \bar{A}'''}^{s*}(i\sigma_z) \prod_{\bar{A}' A'}^s(i\sigma_z) \quad (1.10)$$

δ) analytisches Verhalten:

Die Kovarianten $Q_{m \bar{A}'' A' \mu}^{ss}(p'' k, p' q)$ werden als Polynome in den Impulsen gebildet, sie hängen in eindeutiger Weise mit den Heppischen Standortkovarianten zusammen, die Transformation zwischen ihnen ist singularitätenfrei. (s. Anhang 1.)

ϵ) Transversalität.

Um die Spin 0 Teilchen in $\mathcal{E}^{\mu}(\varphi)$ im allgemeinen Fall mit Spin $s=0, 1/2, 1$, der Teilchen A und A' eliminieren zu können, müssen von den insgesamt $4(2s+1)^2$ Kovarianten, die einen vollständigen Satz für die Zerlegung von $\tilde{T}_{\bar{A}'' A' \mu}^{ss}(p'' k, p' q)$ bilden, $(2s+1)^2$ bei Überschieben mit $\mathcal{E}^{\mu}(\varphi)$ gleich Null werden.

Y) Eichinvarianz:

Aus der Forderung der Eichinvarianz (1.4) der T-Matrix folgt für die Entwicklung Gl. (1.7)

$$\tilde{T}_{\mu\mu',\mu}^{ss}(p''k,p'q)q^\mu = \sum_m \bar{F}_m(s,t) Q_{\mu\mu',\mu}^{ss}(p''k,p'q)q^\mu = 0 \quad (1.11)$$

Diese Bedingung verknüpft die invarianten Funktionen.

Die Entwicklung der T-Matrix nach Kovarianten und invarianten Funktionen ist dann:

$$T_{\mu\mu',\mu}^{ss}(p''k,p'q) = \sum_m \bar{F}_m(s,t) Q_{\mu\mu',\mu}^{ss}(p''k,p'q) \varepsilon^\mu(q) \quad (1.12)$$

In Anlehnung an die Bezeichnung von ⁴ sollen Kovarianten mit diesen Eigenschaften Paritätseigenstandardkovarianten (PES) heißen.

2.) Kovariante für den Fall $s = 1/2$

Um die Kovarianten $Q_{\mu\mu',\mu}^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p''k,p'q)$ zu bilden, wählt man die folgenden linear unabhängigen Impulse:

$$P = \frac{p'}{h'} - \frac{p''}{h''}, \quad Q = \frac{1}{2} \left(\frac{p'}{h'} + \frac{p''}{h''} \right), \quad q$$

und den daraus gebildeten Axialvektor

$$W_\mu = i\varepsilon_{\mu\nu\sigma\tau} Q^\nu P^\sigma q^\tau := i\varepsilon_\mu(QPq) \quad \varepsilon_{0123} = 1$$

Für den Fall $s=1/2$ entnimmt man Anhang 1 die folgenden 16 Basis-kovarianten $Q_{\mu\mu',\mu}^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p''k,p'q)$:

$Q_\sigma P_\mu$	$P_\sigma P_\mu$	$q_\sigma P_\mu$	$W_\sigma P_\mu$	(2.1)
$Q_\sigma Q_\mu$	$P_\sigma Q_\mu$	$q_\sigma Q_\mu$	$W_\sigma Q_\mu$	
$Q_\sigma q_\mu$	$P_\sigma q_\mu$	$q_\sigma q_\mu$	$W_\sigma q_\mu$	
σ_μ	$i\varepsilon_\mu(\sigma QP)$	$i\varepsilon_\mu(\sigma Qq)$	$i\varepsilon_\mu(\sigma Pq)$	

Unter der Paritätstransformation transformiert sich σ_μ wie folgt

$$\sigma_\mu \rightarrow \frac{p'_\mu}{h''} \sigma^\mu \frac{p'_\mu}{h'}$$

daher sind die Kovarianten $Q\sigma P_\mu$, $Q\sigma Q_\mu$, $Q\sigma g_\mu$ und $P\sigma P_\mu$, $P\sigma Q_\mu$, $P\sigma g_\mu$ Eigenzustände zur Paritätsoperation mit Eigenwert +1 und -1. Um die anderen Kovarianten zu Paritätseigenkovarianten zu machen, führt man folgende Kovarianten ein:

$$\sigma_\mu^{(\pm)} = \sigma_\mu \pm \frac{p'_\mu}{h''} \sigma^\mu \frac{p'_\mu}{h'} \quad (2.2)$$

Außerdem die folgenden Spinor-Tensoren

$$\tau_{\mu\nu}^{(\pm)} = \frac{p'_\mu}{h''} (\sigma^\mu \sigma_\nu)_- \pm (\sigma_\mu \sigma^\nu)_- \frac{p'_\nu}{h'} \quad (2.3)$$

mit $(\sigma^\mu \sigma_\nu)_- = \sigma^\mu \sigma_\nu - \sigma_\nu \sigma_\mu$

Indem man σ_μ in den Kovarianten $q\sigma$ und $W\sigma$ durch $\sigma_\mu^{(\pm)}$ ersetzt, erhält man mit Hilfe von

$$A\sigma (\pi B\sigma) C\sigma = (AB)C\sigma - (AC)B\sigma + (BC)A\sigma - i\varepsilon(\sigma ABC) \quad (2.4)$$

$$W\sigma = \frac{p^2}{4} q\sigma^{(+)} - Q^2 q\sigma^{(+)} - \frac{1}{2} (P_\mu) P\sigma + 2(Q_\mu) Q\sigma$$

außerdem ist $q\sigma = \frac{1}{2} (q\sigma^{(+)} + q\sigma^{(-)})$. Es ergeben sich mit Gl. (2.3) folgende Ausdrücke für die Kovarianten der letzten Zeile von Gl. (2.1):

$$\begin{aligned} \tau_{\nu\mu}^{(+)} q^\nu &= 4i\varepsilon_\mu (\sigma Q q) + 2q\sigma P_\mu - 2(qP) \sigma_\mu \\ \tau_{\nu\mu}^{(-)} q^\nu &= -2i\varepsilon_\mu (\sigma P q) - 4q\sigma Q_\mu + 2(Q_\mu) \sigma_\mu \\ \sigma_\mu^{(+)} &= i\varepsilon_\mu (\sigma P Q) - \frac{1}{2} P\sigma P_\mu + 2Q\sigma Q_\mu + \frac{p^2}{2} \sigma_\mu \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\frac{1}{2} (\sigma_\mu^{(+)} + \sigma_\mu^{(-)}) = \sigma_\mu$$

Mit den Gleichungen (2.4) und (2.5) lassen sich dann alle Kovarianten von (2.1) singularitätenfrei durch die Kovarianten $\tilde{Q}_{\mu\nu\rho\sigma}^{ii}(P, Q, q)$ ausdrücken:

$$\tilde{Q}_{\mu\nu\rho\sigma}^{ii}(P, Q, q) = \begin{cases} Q_\sigma P_\mu & P_\sigma P_\mu & q_\sigma^{(\pm)} P_\mu & \sigma_\mu^{(\pm)} \\ Q_\sigma Q_\mu & P_\sigma Q_\mu & q_\sigma^{(\pm)} Q_\mu & \tau_\mu^{(\pm)} \\ Q_\sigma q_\mu & P_\sigma q_\mu & q_\sigma^{(\pm)} q_\mu & \end{cases} \quad (2.6)$$

Mit Hilfe dieser Kovarianten kann eine Entwicklung der T-Matrix nach PES und invarianten Amplituden angegeben werden, wenn Teilchen B durch den Polarisationsvektor $\epsilon^\mu(q)$ beschrieben wird.

Wenn die T-Matrix Paritätsinvariant ist, verschwindet die Hälfte der Amplituden in der Entwicklung

$$T_{\mu\nu\rho\sigma}^{ii}(p^*k, p^*q) = \sum_m \tilde{F}_m(s, t) \tilde{Q}_{\mu\nu\rho\sigma}^{ii}(P, Q, q) \epsilon^\mu(q) \quad (2.7)$$

wegen der linearen Unabhängigkeit der $\tilde{Q}_{\mu\nu\rho\sigma}^{ii}$. Um die Spin 0 Teilchen in $\epsilon^\mu(q)$ zu eliminieren, muß $\epsilon^\mu(q) q_\mu = 0$ sein.

Es folgt dann, daß die 4 Kovarianten

$$Q_\sigma q_\mu, \quad P_\sigma q_\mu, \quad q_\sigma^{(\pm)} q_\mu$$

in der Entwicklung (2.7) nach Überschieben mit $\epsilon^\mu(q)$ gleich Null sind. Die verbleibenden 12 Kovarianten beschreiben dann massive Vektorteilchen.

Für den Fall des Photons erhält man dann aus der Forderung der Eichinvarianz (1.11) folgende Bedingung für die invarianten Amplituden

$$\sum_m \tilde{F}_m(s, t) \tilde{Q}_{\mu\nu\rho\sigma}^{ii}(P, Q, q) q^\mu = 0 \quad (2.8)$$

Daraus ergeben sich folgende Relationen für die Amplituden

$\tilde{F}_m(s, t)$:

$$\begin{aligned} (P_f) \tilde{F}_1(s, t) + (Q_f) \tilde{F}_2(s, t) &= 0 \\ (P_f) \tilde{F}_3(s, t) + (Q_f) \tilde{F}_4(s, t) &= 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} (P_f) \tilde{F}_5(s, t) + (Q_f) \tilde{F}_6(s, t) + \tilde{F}_7(s, t) &= 0 \\ (P_f) \tilde{F}_2(s, t) + (Q_f) \tilde{F}_8(s, t) + \tilde{F}_{10}(s, t) &= 0 \end{aligned} \quad (2.9')$$

Die invarianten Amplituden $\tilde{F}_9(s, t)$ und $\tilde{F}_{10}(s, t)$ lassen sich singularitätenfrei eliminieren, während bei der Auflösung der Gleichung (2.9) stets durch einen kinematischen Faktor zu teilen ist.

Die Kovarianten $\tilde{Q}_{\mu'\mu''}^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(P, Q, q)$ Gl. (2.6) lassen sich wie folgt in der kanonischen Basis ausdrücken, wenn die γ -Matrizen

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

und Dirac-Spinoren $\bar{u}(p'', s_3'')$ und $u(p', s_3')$

$$\bar{u}(p'', s_3'') = \left(D_{s_3'' \mu''}^{\frac{1}{2}}(L(p'')), D_{s_3'' \mu''}^{\frac{1}{2}}(L^{-1}(p'')) \right)$$

$$u(p', s_3') = \begin{pmatrix} D_{\mu' s_3'}^{\frac{1}{2}}(L^{-1}(p')) \\ D_{\mu' s_3'}^{\frac{1}{2}}(L(p')) \end{pmatrix}$$

eingeführt werden. .

Kovariante zur Parität +1 in der

Spinorbasis	kanonischen Basis	
$Q \sigma B_\mu^i$	$\bar{u}(p'') B_\mu^i u(p')$	(2.10)
$q \sigma^{(\mu)} B_\mu^i$	$\bar{u}(p'') (\gamma^\mu) B_\mu^i u(p')$	
$\sigma^{(\mu)}_\mu$	$\bar{u}(p'') \gamma^\mu u(p')$	
$\tau^{(\mu)}_\mu q^\nu$	$\bar{u}(p'') \sigma_{\mu\nu} q^\nu u(p')$	

Kovariante zur Parität -1 in der

Spinorbasis	kanonischen Basis	
$P \sigma B_\mu^i$	$\bar{u}(p'') \gamma_5 B_\mu^i u(p')$	(2.11)
$q \sigma^{(\mu)} B_\mu^i$	$\bar{u}(p'') \gamma_5 (\gamma^\mu) B_\mu^i u(p')$	
$\sigma^{(\mu)}_\mu$	$\bar{u}(p'') \gamma_5 \gamma^\mu u(p')$	
$\tau^{(\mu)}_\mu q^\nu$	$\bar{u}(p'') \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} q^\nu u(p')$	

mit $B_\mu^i = P_\mu, Q_\mu, q_\mu$

Wenn $M'' = M'$ ist, gehen die 8 Kovarianten (2.11) in die von Ball⁹ für den Prozess $\gamma + N \rightarrow \pi + N$ angegebenen über, von denen bekannt ist, daß sie zu einer Zerlegung frei von kinematischen Singularitäten führen, wenn die Eichbedingung nicht berücksichtigt wird.⁹

Bei der Berechnung der Einteilchenbeiträge zu den Amplituden zeigt sich die Zweckmäßigkeit dieser Zerlegung nach invarianten Amplituden und PES.

In⁹ sind diese Beiträge für gleiche Massen $M' = M''$ ausgerechnet worden (s. auch¹⁰)

$$\tilde{T}_m^{(B)}(s, t) = \frac{R_s^m}{s - M'^2} + \frac{R_t^m}{t - m'^2} + \frac{R_u^m}{u - M'^2} \quad (2.12)$$

mit $R_{s, t, u}^m$ den entsprechenden Residuen. Durch Auflösung der aus der Eichinvarianz folgenden Gleichung (2.9) erhält man für eine der vier eichinvarianten C. G. L. N. -Amplituden¹¹ den Einteilchenbeitrag

$$H_2^{(B)}(s, t) = \frac{g}{t - m'^2} \left\{ \frac{1}{s - M'^2} - \frac{1}{u - M'^2} \right\} \quad (2.13)$$

während in den anderen Amplituden $A_i(s, t)$, $i=1, 3, 4$ die Einteilchenbeiträge in der gleichen Form, wie in (2.12) auftreten.

3. Kovariante für den Fall $s = 1$

Um den Fall s beliebig, ganz oder halbzahlig, diskutieren zu können, betrachtet man zunächst den Fall $s=1$, da hier überzählige Kovarianten auftreten.

Aus der Gleichung (A.7) des Anhang1. ergeben sich die 36 Basiskovarianten $Q_{A''A'\mu}^{11}(Q, P, q)$:

$$Q_{m A'' A' \mu}^{11}(Q, P, q) = \sum_{A'' A'} \left\{ \begin{array}{lll} Q_5 Q_5 B_\mu^i & Q_5 W_5 q_\mu & Q_5 C_\mu^i \\ P_5 P_5 B_\mu^i & P_5 W_5 q_\mu & P_5 C_\mu^i \\ Q_5 P_5 B_\mu^i & q_5 W_5 q_\mu & q_5 C_\mu^i \\ Q_5 q_5 B_\mu^i & Q_5 W_5 P_\mu & \\ P_5 q_5 B_\mu^i & P_5 W_5 P_\mu & \\ q_5 q_5 B_\mu^i & Q_5 W_5 Q_\mu & \end{array} \right. \quad (3.1)$$

$$B_\mu^i = P_\mu, Q_\mu, q_\mu$$

$$C_\mu^i = \bar{\sigma}_\mu, i\epsilon_\mu(\sigma(QP)), i\epsilon_\mu(\sigma(Qq)), i\epsilon_\mu(\sigma(Pq))$$

Da die Kovarianten als Produkte aus den Basiskovarianten für $s = 1/2$ gebildet werden, kann durch Einsetzen der PES für $s=1/2$ (2.6) im (3.1) ein Satz von PES für $s = 1$ gebildet werden. Auf diese Weise ergeben sich die folgenden 46 Kovarianten $\tilde{Q}_{\mu\nu\rho\sigma}^{11}(Q, P, q)$:

$$\tilde{Q}_{\mu\nu\rho\sigma}^{11}(Q, P, q) = \sum_{R^*R'} \left\{ \begin{array}{ll} Q_\sigma Q_\sigma B_\mu^i & Q_\sigma \sigma_\mu^{(\pm)} \\ Q_\sigma P_\sigma B_\mu^i & Q_\sigma \tau_{\nu\mu}^{(\pm)} q^\nu \\ P_\sigma P_\sigma B_\mu^i & P_\sigma \sigma_\mu^{(\pm)} \\ P_\sigma q_\sigma^{(\pm)} B_\mu^i & P_\sigma \tau_{\nu\mu}^{(\pm)} q^\nu \\ Q_\sigma q_\sigma^{(\pm)} B_\mu^i & q_\sigma^{(\mp)} \tau_{\nu\mu}^{(\pm)} q^\nu \\ q_\sigma^{(\pm)} q_\sigma^{(\pm)} B_\mu^i & q_\sigma^{(\mp)} \tau_{\nu\mu}^{(\pm)} q^\nu \end{array} \right. \quad (3.2)$$

$$B_\mu^i = P_\mu, Q_\mu, q_\mu$$

Aus dieser Menge erhält man einen vollständigen und minimalen Satz von Kovarianten, wenn man alle Relationen zwischen den Kovarianten berücksichtigt.

Die hierfür notwendigen 10 Relationen werden wie folgt gefunden:

a) Man ersetzt in geeigneten Kovarianten einen Spinor q_σ durch W_σ . Nach dem Heppschen Theorem lassen sich diese neuen Kovarianten nach dem vollständigen Satz, Gl. (A.7) so entwickeln, daß die Koeffizienten Lorentzinvariante Polynome in den Impulsen sind.

b) In diesen Relationen ersetzt man dann die Kovarianten durch PES. Als Beispiel betrachte man die Kovariante $\sum_{R^*R'} q_\sigma \sigma_\mu$. Einsetzen von W_σ und entwickeln ergibt:

$$\sum_{R^*R'} W_\sigma \sigma_\mu = \sum_{R^*R'} Q_\sigma i\varepsilon_\mu(\sigma P q) - \sum_{R^*R'} P_\sigma i\varepsilon_\mu(\sigma Q q) - \sum_{R^*R'} q_\sigma i\varepsilon_\mu(\sigma P Q) \quad (3.3)$$

Einsetzen der PES für $s=1/2$ in (3.3)

$$\left(\frac{P^2}{4} + Q^2\right) \sum_{R''R'} q\sigma^{(+)}_{\mu} \sigma^{(+)}_{\nu} - \left(\frac{P^2}{4} + Q^2\right) \sum_{R''R'} q\sigma^{(+)}_{\mu} \sigma^{(-)}_{\nu} = - \sum_{R''R'} P\sigma \tau^{(+)}_{\nu\mu} q^{\nu} - \sum_{R''R'} Q\sigma \tau^{(+)}_{\nu\mu} q^{\nu} \quad (3.4)$$

Auf diese Weise kann die Kovariante der rechten Seite von (3.4) singularitätenfrei eliminiert werden, da $\left(\frac{P^2}{4} + Q^2\right) = 1$ ist.

Neun weitere Relationen zwischen den PES werden im Anhang 2. ausgerechnet. Das Ergebnis sind die folgenden 10 Relationen:

$$\begin{aligned} (qq)_{+} P_{\mu} &= (qq)_{-} P_{\mu} + P[(3.2)] \\ (qq)_{+} Q_{\mu} &= (qq)_{-} Q_{\mu} + P[(3.2)] \\ (qq)_{+} q_{\mu} &= (qq)_{-} q_{\mu} + P[(3.2)] \\ \sum_{R''R'} (q\sigma^{(+)}_{\mu} \sigma^{(+)}_{\nu} - q\sigma^{(+)}_{\mu} \sigma^{(-)}_{\nu}) &= P[(3.2)] \\ \sum_{R''R'} (q\sigma^{(+)}_{\mu} \sigma^{(+)}_{\nu} + q\sigma^{(+)}_{\mu} \sigma^{(-)}_{\nu}) &= P[(3.2)] \\ \sum_{R''R'} q\sigma^{(+)}_{\mu} q\sigma^{(-)}_{\nu} Q_{\mu} &= P[(3.2)] \\ \sum_{R''R'} q\sigma^{(+)}_{\mu} q\sigma^{(-)}_{\nu} P_{\mu} &= P[(3.2)] \\ \sum_{R''R'} P\sigma q\sigma^{(-)}_{\nu} Q_{\mu} &= P[(3.2)] \\ (qq)_{-} Q_{\mu} &= P[(3.2)] \\ (qq)_{-} P_{\mu} &= P[(3.2)] \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\text{mit } (qq)_{\pm} = \frac{1}{2} \sum_{R''R'} (q\sigma^{(+)}_{\mu} q\sigma^{(+)}_{\nu} \pm q\sigma^{(+)}_{\mu} q\sigma^{(-)}_{\nu})$$

dabei sind $P[(3,2)]$ Linearkombinationen von Kovarianten aus Gl. (3,2) mit Koeffizienten, die Polynome in den Lorentzinvarianten sind und die ausgeschriebenen Kovarianten nicht enthalten.

Es bleiben dann folgende 36 PES als Basisvektoren für die Entwicklung der T-Matrix:

$$Q_{\mu\nu\rho\sigma}^{(1)}(P, Q, \varphi) = \sum_{P \in P} \left\{ \begin{array}{lll} Q_\sigma Q_\rho B_\mu^i & Q_\sigma q_\rho^{(\pm)} P_\mu & (q q)_- q_\mu \\ Q_\sigma P_\rho B_\mu^i & P_\sigma q_\rho^{(\pm)} P_\mu & q_\sigma^{(+)} q_\rho^{(-)} q_\mu \\ P_\sigma P_\rho B_\mu^i & Q_\sigma q_\rho^{(\pm)} Q_\mu & Q_\sigma \tau_{\nu\mu}^{(\pm)} q^\nu \\ q_\sigma^{(+)} \sigma_\rho^{(+)} + q_\sigma^{(-)} \sigma_\rho^{(-)} & P_\sigma q_\rho^{(+)} Q_\mu & P_\sigma \tau_{\nu\mu}^{(\pm)} q^\nu \\ Q_\sigma q_\rho^{(\pm)} q_\mu & Q_\sigma \sigma_\rho^{(\pm)} & q_\sigma^{(+)} \tau_{\nu\mu}^{(\pm)} q^\nu \\ P_\sigma q_\rho^{(\pm)} q_\mu & P_\sigma \sigma_\rho^{(\pm)} & q_\sigma^{(+)} \tau_{\nu\mu}^{(\pm)} q^\nu \\ & & q_\sigma^{(+)} \sigma_\rho^{(+)} - q_\sigma^{(-)} \sigma_\rho^{(-)} \end{array} \right. \quad (3.5)$$

$$B_\mu^i = P_\mu, Q_\mu, q_\mu$$

Ist der Polarisationsvektor $\varepsilon^\mu(\varphi)$ transversal, dann werden bei Überschieben mit $\varepsilon^\mu(\varphi)$ 9 Kovarianten in der Entwicklung gleich Null:

$$\sum_{P \in P} \left\{ \begin{array}{lll} Q_\sigma Q_\rho q_\mu & P_\sigma q_\rho^{(\pm)} q_\mu & q_\sigma^{(+)} q_\rho^{(-)} q_\mu \\ Q_\sigma P_\rho q_\mu & Q_\sigma q_\rho^{(\pm)} q_\mu & \\ P_\sigma P_\rho q_\mu & (q q)_- q_\mu & \end{array} \right. \quad (3.6)$$

Die verbleibenden Kovarianten gelten dann für ein massives Vektorteilchen.

Beschreibt $\varepsilon^\mu(\varphi)$ ein Photon, so folgen aus der Forderung der Eichinvarianz (1.11) neun Relationen zwischen den invarianten Amplituden

3 Relationen der folgenden Art:

$$\begin{aligned}
 (P_q) \tilde{F}_1 + (Q_q) \tilde{F}_2 &= 0 \\
 (P_q) \tilde{F}_3 + (Q_q) \tilde{F}_4 &= 0 \\
 (P_q) \tilde{F}_5 + (Q_q) \tilde{F}_6 &= 0
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

4 Relationen, die sich singularitätenfrei auflösen lassen:

$$\begin{aligned}
 (P_q) \tilde{F}_8 + (Q_q) \tilde{F}_{12} + \tilde{F}_{15} &= 0 \\
 (P_q) \tilde{F}_9 + (Q_q) \tilde{F}_{13} + \tilde{F}_{16} &= 0 \\
 (P_q) \tilde{F}_{10} + (Q_q) \tilde{F}_{14} + \tilde{F}_{17} &= 0 \\
 (P_q) \tilde{F}_{11} + \tilde{F}_{18} &= 0
 \end{aligned} \tag{3.7'}$$

2 Relationen, die sich nur erfüllen lassen, wenn die entsprechenden invarianten Amplituden gleich Null sind:

$$\tilde{F}_7 = 0 \qquad \tilde{F}_{19} = 0 \tag{3.7''}$$

dabei sind die Argumente s und t in $F_i(s, t)$ fortgelassen und die Indizierung entspricht der für die PES (3.5) unter Auslassung der Kovarianten (3.6).

Unter Berücksichtigung dieser 9 Relationen gibt es eine Entwicklung der T-Matrix nach PES und invarianten Amplituden, wobei 18 unabhängige Amplituden auftreten, von den 3 einen kinematischen Faktor enthalten (Gl. (3.7)).

4.) Kovariante für s beliebig

Für den allgemeinen Fall, in dem die Teilchen A und A' den Spin s beliebig, ganz oder halbzahlig haben, geht man von den folgenden $4(2s+1)^2$ Kovarianten $Q_{A'A',\mu}^{ss}(P,Q,q)$ aus, die singularitätenfrei mit den entsprechenden Heppischen Basisvektoren zusammenhängen (Anhang 1.).

$$Q_{A'A',\mu}^{ss}(P,Q,q) = \int (Q)^i (P)^j (q)^k \sigma_{\nu} \left\{ \begin{array}{ll} \bar{q}^{\nu} Q_{\mu} & k = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \dots \\ \bar{q}^{\nu} P_{\mu} & k = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \dots \\ \bar{q}^{\nu} q_{\mu} & k = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \dots \\ W^{\nu} P_{\mu} & k = 0 \\ W^{\nu} q_{\mu} & k = 0, \frac{1}{2}, \dots \\ W^{\nu} Q_{\mu} & k = 0, \quad j=0 \\ i \varepsilon_{\mu}^{\nu\sigma\tau} P_{\sigma} q_{\tau} & k = 0, \frac{1}{2}, \dots \\ i \varepsilon_{\mu}^{\nu\sigma\tau} Q_{\sigma} q_{\tau} & k = 0, \frac{1}{2}, \dots \\ i \varepsilon_{\mu}^{\nu\sigma\tau} Q_{\sigma} P_{\tau} & k = 0, \frac{1}{2}, \dots \\ g^{\mu\nu} & k = 0, \frac{1}{2}, \dots \end{array} \right. \quad (4.1)$$

$$(q)^{\frac{1}{2}} (q)^{-\frac{1}{2}} = 1, \quad i+j+k = s - \frac{1}{2}, \quad i, j = 0, \frac{1}{2}, \dots$$

Durch Einsetzen der Paritätseigenkovarianten aus Teil (2.) und Teil (3.) und Berücksichtigen der Relationen zwischen den PES, erhält man folgende $4(2s+1)^2$ PES für den allgemeinen Fall:

$$\tilde{Q}_{A'A',\mu}^{ss}(P,Q,q) = \int (Q)^i (P)^j \left\{ \begin{array}{ll} Q_{\mu} & \\ P_{\mu} & \\ q_{\mu} & \\ g^{\mu\nu} \sigma_{\nu}^{(+)} + q^{\mu} \sigma_{\nu}^{(+)} q^{\nu} & \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} i+j = s \\ i+j = s-1 \end{array} \quad (4.2)$$

$$\tilde{Q}^{2\ 55}_{H^*H^*[\pm, \pm]}(P, Q, \varphi) = S(Q)^i (P)^j \left\{ \begin{array}{l} q\sigma^{(\pm)} q_\mu \\ q\sigma^{(\pm)} p_\mu \\ q\sigma^{(\pm)} Q_\mu \\ \sigma_\mu^{(\pm)} \\ q\sigma^{(-)} Q_\mu \end{array} \right\} \begin{array}{l} i+j = s-\frac{1}{2} \quad (4.2) \\ i = s-\frac{1}{2} \end{array}$$

$$\tilde{Q}^{3\ 55}_{H^*H^*[\pm, \pm, k]}(P, Q, \varphi) = S(Q)^i (P)^j (\varphi\varphi)^k \left\{ \begin{array}{l} q_\mu \\ q\sigma^{(\pm)} q_\mu \\ q\sigma^{(+)} q\sigma^{(-)} q_\mu \\ (q\sigma^{(+)} \sigma_\mu^{(+)} - q\sigma^{(-)} \sigma_\mu^{(-)}) \\ q\sigma^{(\pm)} (q\sigma^{(+)} \sigma_\mu^{(+)} - q\sigma^{(-)} \sigma_\mu^{(-)}) \\ q\sigma^{(+)} q\sigma^{(-)} (q\sigma^{(+)} \sigma_\mu^{(+)} - q\sigma^{(-)} \sigma_\mu^{(-)}) \end{array} \right. \begin{array}{l} i+j+k = s, k>0 \\ i+j+k = s-\frac{1}{2}, k>0 \\ i+j+k = s-1 \\ i+j+k = s-1 \\ i+j+k = s-\frac{3}{2} \\ i+j+k = s-2 \end{array}$$

$$\tilde{Q}^{4\ 55}_{H^*H^*[\pm, \pm, k]}(P, Q, \varphi) = S(Q)^i (P)^j (\varphi\varphi)^k \left\{ \begin{array}{l} \tau^{(\pm)}_\nu q^\nu \\ q\sigma^{(\pm)} \tau^{(\pm)}_\nu q^\nu \\ q\sigma^{(+)} q\sigma^{(-)} \tau^{(\pm)}_\nu q^\nu \end{array} \right. \begin{array}{l} i+j+k = s-\frac{1}{2} \\ i+j+k = s-1 \\ i+j+k = s-\frac{3}{2} \end{array}$$

mit $i, j = 0, 1/2, 1, \dots$ und $k = 0, 1, 2, \dots$

Bezeichnungen s. Anhang 1.

Der Beweis von Gl. (4.2) erfolgt durch vollständige Induktion⁵.

Die für die Fälle $s=1/2$ Gl. (2.6) und $s=1$ Gl. (3.5) berechneten Kovarianten ergeben sich aus Gl. (4.2) für die Werte $s=1/2$ und $s=1$.

Um zu zeigen, wie im allgemeinen Fall aus den Basiskovarianten Gl. (4.1) PES konstruiert werden, betrachte man folgende 3 Klassen von Kovarianten:

a) $i \geq 1/2$

Dann kann ein Faktor $Q\sigma$ aus der Kovarianten herausgezogen werden:

$$Q_{[i-1/2, i, k]}^{\sigma\sigma} = \int (Q)^{\frac{1}{2}} Q_{[i-1/2, i, k]}^{\sigma-1/2, \sigma-1/2} \quad (4.3)$$

Die Kovarianten $Q_{[i-1/2, i, k]}^{\sigma-1/2, \sigma-1/2}$ hängen nach Gl. (4.2) singularitätenfrei mit den PES für den Fall $s-1/2$ $\tilde{Q}_{[i-1/2, i, k]}^{\sigma-1/2}$ zusammen. Mit Hilfe des Faktors $(Q)^{\frac{1}{2}}$ kann man daraus PES $\tilde{Q}_{[i-1/2, i, k]}^{\sigma}$ für den Fall s bilden. Man erhält dann $4(2s)^2$ PES.

b) $i = 0, j \geq 1/2$

In dieser Klasse von Kovarianten kann stets ein Faktor $P\sigma$ aus der Kovarianten herausgezogen werden.

$$Q_{[0, j-1/2, k]}^{\sigma\sigma} = \int (P)^{\frac{1}{2}} Q_{[0, j-1/2, k]}^{\sigma-1/2, \sigma-1/2} \quad (4.4)$$

Wie bei a) hängen die Kovarianten $Q_{[0, j-1/2, k]}^{\sigma-1/2, \sigma-1/2}$ wieder mit den PES $\tilde{Q}_{[0, j-1/2, k]}^{\sigma-1/2}$ nach Gl. (4.2) zusammen. Mit Hilfe des Faktors $P\sigma$ bildet man $4(4s-1)$ PES $\tilde{Q}_{[0, j, k]}^{\sigma}$ zum Spin s . Zur Gesamtheit der $4(2s+1)^2$ Kovarianten (4.2) fehlen noch 8 PES. Dazu betrachtet man als dritte Klasse die verbleibenden Kovarianten von Gl. (4.1) mit

c) $i=0, j=0, k=s-1/2 \geq 0$

Sie lassen sich allgemein schreiben als:

$$Q_{[0, 0, s-1/2]}^{\sigma\sigma} = \int (Q)^{\frac{1}{2}} Q_{[0, 0, s-1/2]}^{\sigma-1/2, \sigma-1/2} \quad (4.5)$$

Die Kovarianten $Q_{[0,0,1,1]}^{s-1}$ können nun entwickelt werden nach den $4(2s)^2$ PES $\tilde{Q}_{[1,1,1,1]}^{s-1}$ gemäß Gl. (4.2). Setzt man nun noch $q\sigma = 1/2$ ($q\sigma^{(+)} + q\sigma^{(-)}$), dann kann (4.5) durch die $2 \cdot 4(2s)^2$ PES $S(q^{\pm})^i \tilde{Q}_{[1,1,1,1]}^{s-1}$ ausgedrückt werden.

Alle Kovarianten mit $i \geq 1/2$ und $j \geq 1/2$ sind schon unter a) und b) erfasst, da jeweils ein Faktor $Q\sigma$ oder $P\sigma$ herausgezogen werden kann.

Die fehlenden 8 PES müssen in folgenden 16 $S(q^{\pm})^i \tilde{Q}_{[0,0,1,1]}^{s-1}$ enthalten sein.

Es sind dies für ganzzahlige $s \geq 2$ die PES

$$S q\sigma^{(\pm)} \left\{ (q\varphi)_- q\sigma^{(\pm)} (q\sigma^{(+)} \sigma_{\mu}^{(+)} - q\sigma^{(-)} \sigma_{\mu}^{(-)}) ; (q\varphi)_- q\sigma^{(\pm)} q_{\mu} ; \right. \\ \left. (q\varphi)_- q\sigma^{(+)} q\sigma^{(-)} \tau_{\nu}^{(\pm)} q^{\nu} ; (q\varphi)_- \tau_{\nu}^{(\pm)} q^{\nu} \right\} \quad (4.6)$$

und für halbzahlige $s \geq 5/2$ die PES:

$$S q\sigma^{(\pm)} \left\{ (q\varphi)_- q_{\mu} ; (q\varphi)_- q\sigma^{(+)} q\sigma^{(-)} q_{\mu} ; \right. \\ \left. (q\varphi)_- q\sigma^{(+)} q\sigma^{(-)} (q\sigma^{(+)} \sigma_{\mu}^{(+)} - q\sigma^{(-)} \sigma_{\mu}^{(-)}) ; \right. \\ \left. (q\varphi)_- q\sigma^{(\pm)} \tau_{\nu}^{(\pm)} q^{\nu} \right\} \quad (4.7)$$

und für $s=3/2$ die PES:

$$S q\sigma^{(\pm)} \left\{ (q\varphi)_- q_{\mu} ; q\sigma^{(+)} q\sigma^{(-)} q_{\mu} ; (q\sigma^{(+)} \sigma_{\mu}^{(+)} - q\sigma^{(-)} \sigma_{\mu}^{(-)}) ; \right. \\ \left. (q\sigma^{(+)} \sigma_{\mu}^{(+)} + q\sigma^{(-)} \sigma_{\mu}^{(-)}) ; q\sigma^{(\pm)} \tau_{\nu}^{(\pm)} q^{\nu} \right\} \quad (4.8)$$

Um aus den 16 PES die acht linear unabhängigen zu finden, benutzt man das in ⁴ bewiesene Resultat, daß sich die PES $q\sigma^{(+)} q\sigma^{(-)}$ und $q\sigma^{(+)} q\sigma^{(-)}$ entwickeln lassen:

$$(q\varphi)_+ = c_1 (q\varphi)_- + c_2 QQ + c_3 PP + c_4 Q\varphi^{(+)} + c_5 P\varphi^{(+)} \quad (4.9)$$

wobei c_i lorentzinvariante Polynome in den Impulsen sind. Dann findet man die gesuchten 8 linear unabhängigen PES.

Es sind dies für $s \geq 2$ ganzzahlig:

$$\int \left\{ (q_4)_-^s q_\mu ; (q_4)_-^{s-1} q\sigma^{(+)} q\sigma^{(-)} q_\mu ; (q_4)_-^{s-1} (q\sigma^{(+)} \sigma_\mu^{(+)} - q\sigma^{(-)} \sigma_\mu^{(-)}) ; \right. \quad (4.10) \\ \left. (q_4)_-^{s-2} q\sigma^{(+)} q\sigma^{(-)} (q\sigma^{(+)} q\sigma_\mu^{(+)} - q\sigma^{(-)} \sigma_\mu^{(-)}) ; (q_4)_-^{s-1} q\sigma^{(\pm)} \tau_{\nu\mu}^{(\pm)} q^\nu \right\}$$

und für halbzahlige $s \geq 3/2$:

$$\int \left\{ (q_4)_-^s q\sigma^{(\pm)} q_\mu ; (q_4)_-^{s-\frac{1}{2}} q\sigma^{(\pm)} (q\sigma^{(+)} \sigma_\mu^{(+)} - q\sigma^{(-)} \sigma_\mu^{(-)}) ; \right. \quad (4.11) \\ \left. (q_4)_-^{s-\frac{1}{2}} \tau_{\nu\mu}^{(\pm)} q^\nu ; (q_4)_-^{s-\frac{3}{2}} q\sigma^{(+)} q\sigma^{(-)} \tau_{\nu\mu}^{(\pm)} q^\nu \right\}$$

Alle anderen aus der Entwicklung (4.9) folgender Kovarianten sind schon unter a) und b) erfasst. Damit ist gezeigt, daß im allgemeinen Fall, s beliebig, die PES (4.2) folgen.

Wenn der Polarisationsvektor $\varepsilon^\mu(q)$ die Bedingung $\varepsilon^\mu(q)q_\mu = 0$ erfüllt, dann werden folgende $(2s+1)^2$ PES in der Entwicklung der T-Matrix bei Überschieben mit $\varepsilon^\mu(q)$ gleich Null:

$$\begin{aligned} \int (Q)^i (P)^j q_\mu & \quad i+j = s \\ \int (Q)^i (P)^j q\sigma^{(\pm)} q_\mu & \quad i+j = s - \frac{1}{2} \\ \int (Q)^i (P)^j (q_4)_-^k q_\mu & \quad i+j+k = s, \quad k > 0 \\ \int (Q)^i (P)^j (q_4)_-^k q\sigma^{(\pm)} q_\mu & \quad i+j+k = s - \frac{1}{2}, \quad k > 0 \\ \int (Q)^i (P)^j (q_4)_-^k q\sigma^{(+)} q\sigma^{(-)} q_\mu & \quad i+j+k = s-1 \end{aligned} \quad (4.12)$$

In der Entwicklung bleiben dann $3(2s+1)^2$ linear unabhängige PES, die für ein Vektorteilchen mit $q^2 = 2$ die Basis bilden.

Im Fall des Photons wird Gl. (1.11) zu

$$\sum_{\mu=1}^{3(2s+1)^2} \tilde{F}_{\mu}(s, t) \tilde{Q}^{ss}_{\mu^* \mu} (P, Q, q) q^{\mu} = 0 \quad (4.13)$$

und es ergeben sich $(2s-1)^2$ Relationen zwischen den invarianten Amplituden $\tilde{F}_{\mu}(s, t)$. Wie im Fall $s=1$ treten 3 Arten von Relationen auf (s. Gl. (3.7) (3.7') 3.7''):

$$(P_q) \tilde{F}_v(s, t) + (Q_q) \tilde{F}_{v^*}(s, t) = 0 \quad (4.14)$$

$$\left. \begin{aligned} (P_q) \tilde{F}_v(s, t) + (Q_q) \tilde{F}_{v^*}(s, t) + \tilde{F}_{v^*}(s, t) &= 0 \\ (P_q) \tilde{F}_v(s, t) + \tilde{F}_{v^*}(s, t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.14')$$

$$\tilde{F}_v(s, t) = 0 \quad (4.14'')$$

in (4.14) durchläuft v die $(2s-1)$ Werte $i, j = 0, 1/2, 1, \dots, s$, mit $i+j=s$ der $2(2s+1)$ ersten Kovarianten in $\tilde{Q}^{ss}_{\mu^* \mu}(4.2)$; für (4.14') besteht die Indexmenge aus den $2 \cdot 4s$ Kovarianten $\tilde{Q}^{ss}_{\mu^* \mu}$ mit $i, j=0, 1/2, \dots, s-1/2, i-j=s-1/2$. In (4.14'') sind alle $(2s+1)^2 + (2s-1)$ kovariante aus $\tilde{Q}^{ss}_{\mu^* \mu}$ zusammengefasst, die nicht von der Form $\hat{Q}^{ss}_{\mu^* \mu} q_{\mu}$ sind. In den Relationen Gl. (4.14), (4.14') (4.14'') sind $(2s+1)$ von der gleichen Art wie Gl. (2.9) für $s=1/2$ und Gl. (3.7) für $s=1$.

$4s$ Relationen lassen sich singularitätenfrei auflösen, wie (2.9') für $s=1/2$ und (3.7') für $s=1$. Die entsprechenden invarianten Amplituden können eliminiert werden. $(2s-1)^2 + (2s-1)$ Relationen lassen sich nur erfüllen, wenn die entsprechende invariante Amplitude gleich Null ist, wie (3.7'') für $s=1$.

5. Zusammenfassung

Unter Berücksichtigung der Bedingungen für die Kovarianten, die aus der Transversalität (4.12) und der Eichinvarianz (4.14) folgen, läßt sich eine Zerlegung der T-Matrix nach Kovarianten und invarianten Amplituden für zwei Teilchen mit beliebigen, aber gleichen Spin s , einem Teilchen mit Spin Null und einem Photon, daß auch virtuell sein kann, angeben.

Eine Anwendung dieser Zerlegung sind Modellansätze für die invarianten Amplituden. Auch bei der Berechnung der Einteilchenbeiträge zu den Amplituden zeigt sich die Zweckmäßigkeit der Zerlegung, wie für den Fall $s=1/2$ in Teil 2 diskutiert.

Für den Fall des Photons mit $q^2=0$ soll die hier angegebene Zerlegung nach Kovarianten und invarianten Amplituden noch mit der Entwicklung verglichen werden, die von Zwanziger⁷ angegeben worden ist. (s. auch¹²)

Hierbei wird das Photon durch seine zwei Helizitätszustände ± 1 beschrieben. Für die Spinkonfiguration $s + \gamma \rightarrow s + 0$ lautet die Entwicklung der Spinoramplitude nach Kovarianten und invarianten Amplituden, die frei von kinematischen Singularitäten sind, in der Spinorbasis:

$$M_+(p'_1, p'_2, p, k)_{\lambda, \mu} = \sum_{\{j_1, l_2\} \in \mathcal{L}_s} \sum_{l_2=|j_1-1|}^{j_1+1} \begin{pmatrix} s & j_1 & l_2 \\ 2s & 0 & \mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & 1 & l_2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s & 1 & l_2 \\ j_1 & 1 & \mu \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

$$\cdot (2l_2+1)^{\frac{1}{2}} \frac{j_1+1-l_2}{j_1} Y_{l_2}^{\mu_1}(\vec{q}_1) Y_{l_2}^{\mu_2}(\vec{q}_2) H_+(s, t)_{j_1, l_1}$$

wobei $\sum_{\{j_1, l_2\} \in \mathcal{L}_s}$ die Summation über folgende Werte-Paare von j_1, l_2 bedeutet:

$$\begin{array}{lll} j_1 = 1 & |2s-1| \leq l_2 \leq 2s+1 & \text{alle } s \\ j_1 = 2s-l_2 & 0 \leq l_2 \leq 2s-2 & 2s > 1 \\ j_1 = 2s-l_2+1 & 1 \leq l_2 \leq 2s-1 & 2s > 1 \end{array}$$

+ bezeichnet die Amplitude für Helizität +1 des Photons. Weiter ist:

$$q_1 = (q, p')$$

$$\vec{q}_1 = \vec{q}_1(q, p') = q_0 \vec{p}' - p'_0 \vec{q} - i(\vec{q} \times \vec{p}')$$

$$\vec{q}_2 = \vec{q}_2(k, p')$$

und $Y_\ell^m(\vec{q})$ sind sphärische Harmonische.

Für die Helizität -1 des Photons erhält man eine entsprechende Zerlegung, in der die sphärischen Harmonischen $Y_\ell^m(\vec{q})$ durch $(-1)^m Y_\ell^{-m}(\vec{q}^*)$ ersetzt werden.

Um diese Entwicklung mit der hier benutzten Beschreibung des Photons durch das Vektorpotential $A_\mu(x)$ vergleichen zu können, betrachtet man den einfachsten Fall der Spin Konfiguration $0 + \gamma \rightarrow 0 + 0$ für gleiche Massen $M' = M'' = m$ und Impulsen $p' + q = p'' + k$, und $s = (p' + q)^2$, $t = (p' - p'')^2$.

Die Entwicklung (5.1) wird dann:

$$M_+(p'_q, p''k)_{00} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} (2\ell+1)^{\frac{1}{2}} \cdot q_1^{2-\ell} Y_\ell^m(\vec{q}_1) Y_\ell^m(\vec{q}_2) \overline{H}_+(s, t) \quad (5.2)$$

Diese Entwicklung betrachtet man im s-Kanal Schwerpunktsystem, dann sind die Impulse durch

$$q = \begin{pmatrix} q \\ 0 \\ 0 \\ q \end{pmatrix} \quad p' = \begin{pmatrix} \omega_2 \\ 0 \\ 0 \\ -q \end{pmatrix} \quad p'' = \begin{pmatrix} \omega_3 \\ p \sin \theta \\ 0 \\ p \cos \theta \end{pmatrix} \quad k = \begin{pmatrix} \omega_3 \\ -p \sin \theta \\ 0 \\ -p \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$\text{mit } q = \frac{1}{2\sqrt{s}} (s - m^2) \quad \omega_3 = \frac{1}{2} \sqrt{s} \quad (5.3) \\ \omega_2 = \frac{1}{2\sqrt{s}} (s + m^2) \quad p = \frac{1}{2} \sqrt{s - 4m^2}$$

$$\text{und } \vec{q}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -q(\omega_2 + q) \end{pmatrix} \quad \vec{q}_2 = \begin{pmatrix} \omega_2 p \sin \theta \\ -i p q \sin \theta \\ -\omega_3 q + \omega_2 p \cos \theta \end{pmatrix}$$

gegeben. Damit wird dann:

$$Y_\ell^m(\vec{q}_1) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} (2\ell+1)^{\frac{1}{2}} (-q_1)^\ell \delta_{m0} \quad (5.4)$$

Einsetzen in die Entwicklung (5.2) ergibt:

$$M_+^{CH}(p'_q, p^*k) = \frac{1}{\sqrt{v}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & \mu_2 \end{pmatrix} q_1^2 \gamma^{\mu_2}(\vec{q}_2) q^- H_+(s,t) \quad (5.5)$$

Für die Helizität -1 des Photons erhält man entsprechend:

$$M_-^{CH}(p'_q, p^*k) = \frac{1}{\sqrt{v}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & \mu_2 \end{pmatrix} q_1^2 \gamma^{\mu_2}(\vec{q}_2^*) (-1)^{\mu_2} q^- H_-(s,t) \quad (5.6)$$

Mit Gl. (5.3) erhält man für (5.5) und (5.6)

$$M_+^{CH}(p'_q, p^*k) = -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{8\pi} (s-u^2) p \sin \theta H_+(s,t) \quad (5.7)$$

$$M_-^{CH}(p'_q, p^*k) = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{8\pi} (s-u^2) p \sin \theta H_-(s,t) \quad (5.8)$$

Wird das Photon durch den Polarisationsvektor $\varepsilon^\mu(q)$ beschrieben, so erhält man folgende Zerlegung frei von kinematischen Singularitäten:

$$T(p^*k, p'_q) = \sum_{m=1}^4 Q_\mu^m \varepsilon^\mu(q) \tilde{F}_m(s,t) \quad (5.9)$$

mit den Konvarianten Q_μ, P_μ, q_μ und $\varepsilon_\mu(QPq)$ mit $Q=1/2 (p' + p'')$, $P=(p' - p'')$.

Wegen der Transversalität fällt die Kovariante q_μ bei Überschieben mit $\varepsilon^\mu(q)$ in der Entwicklung heraus.

Die Eichbedingung

$$\sum_m \tilde{F}_m(s,t) Q_\mu^m q^\mu = 0 \quad (5.10)$$

führt zu der Relation zwischen den Amplituden:

$$(Qq) \tilde{F}_1(s,t) + (Pq) \tilde{F}_2(s,t) = 0 \quad (5.11)$$

Unter Berücksichtigung dieser Relation wird (5.9)

$$T(p^*k, p'q) = \left\{ p_\mu - \frac{(p_2)}{(q_4)} q_\mu \right\} \varepsilon^\mu(2) \tilde{F}_2(s, t) + i \varepsilon_\mu(q p_3) \varepsilon^\mu(2) \tilde{F}_4(s, t)$$

mit der neuen Amplitude $\tilde{F}(s, t) = \frac{1}{(q_4)} \tilde{F}_2(s, t)$ erhält man die eich-invariante Entwicklung:

$$T(p^*k, p'q) = \left\{ (q_3) p_\mu - (p_2) q_\mu \right\} \varepsilon^\mu(2) \tilde{F}(s, t) + i \varepsilon_\mu(q p_3) \varepsilon^\mu(2) \tilde{F}_4(s, t) \quad (5.12)$$

Im Schwerpunkt des s-Kanals wird

$$Q = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \omega_2 + \omega_3 \\ p \sin \theta \\ 0 \\ -q + p \cos \theta \end{pmatrix} \quad P = \begin{pmatrix} \omega_2 - \omega_3 \\ -p \sin \theta \\ 0 \\ -q - p \cos \theta \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} q \\ 0 \\ 0 \\ q \end{pmatrix} \quad \varepsilon_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \pm i \\ 0 \end{pmatrix}$$

damit wird (5.12)

$$T_\pm^{ch}(p^*k, p'q) = \frac{-1}{4\sqrt{2}} (s - u') p \sin \theta \left\{ \tilde{F}(s, t) \pm 2 \tilde{F}_4(s, t) \right\} \quad (5.13)$$

d.h. den Kovarianten in der Entwicklung (5.2) entsprechen die eich-invarianten Kovarianten in (5.12).

Herrn Prof. Dr. W. Theis, der diese Arbeit stets mit Interesse förderte sowie Herrn Prof. Dr. K. H. Mütter, der mir die Anregung zu dieser Arbeit gab, danke ich für viele Diskussionen.

Anhang 1.

Hepp¹⁾ hat einen vollständigen Satz von Standardkovarianten angegeben, die eine Zerlegung nach Kovarianten und invarianten Amplituden ohne kinematische Singularitäten und Nullstellen erlauben. (s. auch 4)5)).

Im Falle der Zweiteilchen-Streuamplitude kann man die Kovarianten aus den linear unabhängigen Vektoren $Q = 1/2 (\frac{p'}{h'} + \frac{p''}{h''})$, $P = \frac{p'}{h'} - \frac{p''}{h''}$, q und $W_\mu = i \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} Q^\nu P^\lambda q^\sigma := i \epsilon_\mu(QPq)$ bilden. Die irreduziblen Basisspinoren vom Rank $[r, s]$ sind dann:

a) $r = s$

$$k_{[i, s, k] \alpha \beta}^{ss} = \int d\varphi (Q)^i (P)^j (\varphi)^k \quad (A. 1)$$

$$\text{mit } (Q)^i := (Q)^i_{\beta_i \alpha_i} = \sum_{\substack{\alpha_i^1 + \alpha_i^2 + \dots + \alpha_i^s = \alpha_i \\ \beta_i^1 + \beta_i^2 + \dots + \beta_i^s = \beta_i}} (Q^{\sigma_1})_{\beta_i^1 \alpha_i^1} (Q^{\sigma_2})_{\beta_i^2 \alpha_i^2} \dots (Q^{\sigma_s})_{\beta_i^s \alpha_i^s} \quad (A. 2)$$

$$\int d\beta (Q)^i (P)^j (\varphi)^k = \left(\frac{(s+\alpha)!(s-\alpha)!}{2s!} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{(s+\beta)!(s-\beta)!}{2s!} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\substack{\alpha_i + \beta_i + \gamma_i = \alpha \\ \beta_i + \gamma_i + \delta_i = \beta}} (Q)^i_{\alpha_i \beta_i} (P)^j_{\beta_i \gamma_i} (\varphi)^k_{\gamma_i \delta_i} \quad (A. 3)$$

$$\begin{aligned} i+j+k &= s \\ i, j, k &= 0, 1, \dots, s \\ \text{und} \end{aligned} \quad \begin{aligned} Q_\sigma &= Q^\mu \sigma_\mu \\ \sigma_\mu &= (1, \vec{\sigma}) \end{aligned}$$

$$k_{[i, s, k] \alpha \beta}^{ss} = \int d\varphi (Q)^i (P)^j (\varphi)^k (W)^{\frac{1}{2}} \quad (A. 4)$$

b) $r = s+1$

$$k_{[i, s, k] \alpha \beta}^{s+1, s, m} = (s+1 \alpha 1 s \alpha' 1 \alpha'') k_{[i, s, k] \alpha' \beta'}^{ss} \begin{cases} (P \times \varphi)_{\alpha''} & m=1 & i+j+k=s \\ (\varphi \times Q)_{\alpha''} & m=2 & j=0, i+k=s \\ (Q \times P)_{\alpha''} & m=3 & i+j+k=s \end{cases} \quad (A. 5)$$

$$s = r + 1$$

$$k_{[i,j,k] \alpha \beta}^{r, r+1, m} = (r+1 \beta' 1 \beta' 1 \beta') k_{[i,j,k] \alpha \beta}^{r, r} \begin{cases} (P_x q)_{\beta'}^{*} & m=1 \quad i+j+k=S \\ (q \times q)_{\beta'}^{*} & m=2 \quad j=0, i+k=S \\ (Q \times P)_{\beta'}^{*} & m=3 \quad i+j+k=S \end{cases} \quad (A. 6)$$

Diese irreduziblen Basisvektoren hängen mit folgenden Basisvektoren

$$Q_{[i,j,k]}^{s, m} = S(Q)^i (P)^j (q)^k \bar{\sigma}_{\mu} \begin{cases} q^{\mu} \bar{Q} & k = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \dots \\ q^{\mu} \bar{P} & k = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \dots \\ q^{\mu} \bar{q} & k = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \dots \\ W^{\mu} \bar{P} & k = 0 \\ W^{\mu} \bar{q} & k = 0, \frac{1}{2}, 1, \dots \\ W^{\mu} \bar{Q} & k = 0, j = 0 \\ i \varepsilon^{\mu} (\bar{\sigma} P q) & k = 0, \frac{1}{2}, \dots \\ i \varepsilon^{\mu} (\bar{\sigma} q Q) & k = 0, \frac{1}{2}, \dots \\ i \varepsilon^{\mu} (\bar{\sigma} Q P) & k = 0, \frac{1}{2}, \dots \\ \bar{\sigma}^{\mu} & k = 0, \frac{1}{2}, \dots \end{cases} \quad (A. 7)$$

singularitätenfrei zusammen⁵, $\bar{Q} = Q^{\mu} \bar{\sigma}_{\mu}$, $\bar{\sigma}_{\mu} = (1, \vec{\sigma})$

Da die Kovarianten (A.7) sich als $Q_{[i,j,k]}^{s, m} \bar{\sigma}^{\mu}$ schreiben lassen (die Symmetrisierung S erstreckt sich über die Werte von s) kann das Matricelement $\tilde{T}_{R'R', \mu}^{ss}$ mit dem Transformationsverhalten Gl. (1.3) singularitätenfrei nachden $4(2s+1)^2$ Kovarianten (4.1) entwickelt werden. Die in Gl. (2.1) für $s=1/2$ und in Gl. (3.1) für $s=1$ angegebenen Kovarianten sind in (4.1) enthalten.

Anhang 2.

Die Kovarianten (4. 1) bilden ein vollständiges System.

Treten bei der Berechnung der PES überzählige Kovarianten auf, wie im Fall $s=1$, so müssen diese singularitätenfrei eliminiert werden.

Für $s=1$ werden die folgenden Kovarianten entwickelt:

$$\begin{aligned}
 1) \int_{R^* R'} W_{\sigma} W_{\sigma} P_{\mu} &= \int_{R^* R'} \{ (Q_{\mu}^2 - Q^2 q^2) P_{\sigma} P_{\sigma} P_{\mu} + (P_{\mu}^2 - P^2 q^2) Q_{\sigma} Q_{\sigma} P_{\mu} \\
 &\quad - P^2 Q^2 q_{\sigma} q_{\sigma} P_{\mu} - 2(Q_{\mu}^2) P_{\mu}^2 P_{\sigma} Q_{\sigma} P_{\mu} \\
 &\quad + 2(Q_{\mu}^2) P^2 Q_{\sigma} q_{\sigma} P_{\mu} + 2(P_{\mu}^2) Q^2 P_{\sigma} q_{\sigma} P_{\mu} \} \quad (A. 8) \\
 &= \int_{R^* R'} q_{\sigma} q_{\sigma} P^2 Q^2 P_{\mu} + P[(3.1)]
 \end{aligned}$$

entsprechend:

$$2) \int_{R^* R'} W_{\sigma} W_{\sigma} Q_{\mu} = -P^2 Q^2 Q_{\mu} \int_{R^* R'} q_{\sigma} q_{\sigma} + P[(3.1)] \quad (A. 9)$$

$$3) \int_{R^* R'} W_{\sigma} W_{\sigma} q_{\mu} = -P^2 Q^2 q_{\mu} \int_{R^* R'} q_{\sigma} q_{\sigma} + P[(3.1)] \quad (A. 10)$$

$$4) \int_{R^* R'} W_{\sigma} \sigma_{\mu} = \int_{R^* R'} \{ Q_{\sigma} i \varepsilon_{\mu} (\sigma P_{\mu}) - P_{\sigma} i \varepsilon_{\mu} (\sigma Q_{\mu}) - q_{\sigma} i \varepsilon_{\mu} (\sigma P Q) \} \quad (A. 11)$$

$$\begin{aligned}
 5) \int_{R^* R'} W_{\sigma} i \varepsilon_{\mu} (\sigma P Q) &= \int_{R^* R'} \{ P^2 Q^2 q_{\sigma} \sigma_{\mu} + (P_{\mu}^2) Q_{\mu} + (Q_{\mu}^2) P_{\mu} \} Q_{\sigma} P_{\sigma} \\
 &\quad - (Q_{\mu}^2) Q_{\mu} - Q^2 q_{\mu} \} P_{\sigma} P_{\sigma} - (P_{\mu}^2) P_{\mu} - P^2 q_{\mu} \} Q_{\sigma} Q_{\sigma} \\
 &\quad - P^2 Q_{\sigma} q_{\sigma} Q_{\mu} - P^2 (Q_{\mu}^2) Q_{\sigma} \sigma_{\mu} - Q^2 P_{\sigma} q_{\sigma} P_{\mu} \\
 &\quad - Q^2 (P_{\mu}^2) P_{\sigma} \sigma_{\mu} \} \quad (A. 12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6) \int_{R^* R'} W_{\sigma} i \varepsilon_{\mu} (\sigma P_{\mu}) &= \int_{R^* R'} \{ -P^2 q_{\sigma} q_{\sigma} Q_{\mu} + P^2 (Q_{\mu}^2) q_{\sigma} \sigma_{\mu} \\
 &\quad + (P_{\mu}^2) Q_{\mu} - (q_{\mu}^2) P_{\mu} \} P_{\sigma} q_{\sigma} \\
 &\quad + (P^2 q_{\mu} - (P_{\mu}^2) P_{\mu}) Q_{\sigma} q_{\sigma} - (P_{\mu}^2) Q_{\sigma} P_{\sigma} q_{\mu} \\
 &\quad + (Q_{\mu}^2) P_{\sigma} P_{\sigma} q_{\mu} - q^2 P_{\sigma} P_{\sigma} Q_{\mu} \\
 &\quad + (P_{\mu}^2)^2 Q_{\sigma} \sigma_{\mu} - (P_{\mu}^2) (Q_{\mu}^2) P_{\sigma} \sigma_{\mu} \} \quad (A. 13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 7) \int_{H^* H'} W_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma Q_\mu) &= \int_{H^* H'} \left\{ Q^2 q_\sigma q_\sigma P_\mu + (Q_\mu) Q_\mu - Q^2 q_\mu \right\} P_\sigma q_\sigma \\
 &\quad + (Q_\mu) Q_\sigma P_\sigma q_\mu + (P_\mu) Q_\mu - (Q_\mu) P_\mu \left\{ Q_\sigma q_\sigma \right. \\
 &\quad - (P_\mu) Q_\sigma Q_\sigma q_\mu + (P_\mu) Q_\mu \left\{ Q_\sigma q_\sigma - (Q_\mu)^2 P_\sigma q_\sigma \right. \\
 &\quad \left. \left. - Q^2 (P_\mu) q_\sigma q_\sigma + Q^2 q_\sigma^2 P_\sigma q_\sigma \right\} \right\} \quad (A. 14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8) \int_{H^* H'} P_\sigma W_\sigma Q_\mu &= \int_{H^* H'} \left\{ Q^2 P_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma P_\mu) + P^2 Q_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma Q_\mu) \right. \\
 &\quad \left. + Q_\sigma W_\sigma P_\mu - (P_\mu) Q_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma Q_\mu) + (Q_\mu) P_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma Q_\mu) \right\} \quad (A. 15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9) \int_{H^* H'} q_\sigma W_\sigma Q_\mu &= \int_{H^* H'} \left\{ Q^2 q_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma P_\mu) - (Q_\mu) Q_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma P_\mu) - (P_\mu) Q_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma Q_\mu) \right. \\
 &\quad \left. + (Q_\mu) P_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma Q_\mu) - (Q_\mu) q_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma P_\mu) - q^2 Q_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma Q_\mu) \right\} \quad (A. 16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10) \int_{H^* H'} q_\sigma W_\sigma P_\mu &= \int_{H^* H'} \left\{ -P^2 q_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma Q_\mu) + P_\sigma W_\sigma q_\mu + (P_\mu) Q_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma P_\mu) \right. \\
 &\quad \left. - (q_\mu) P_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma P_\mu) + (P_\mu) P_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma Q_\mu) \right. \\
 &\quad \left. - (P_\mu) q_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma P_\mu) - q^2 P_\sigma i_{\mathcal{E}}(\sigma Q_\mu) \right\} \quad (A. 17)
 \end{aligned}$$

Hierbei bedeutet $P[(3, 1)]$ eine Linearkombination von Kovarianten aus Gl. (3. 1) mit Koeffizienten, die Polynome in den Lorentzinvarianten sind. Die ausgeschriebenen Kovarianten sind nicht mehr in $P[(3, 1)]$ enthalten.

Ersetzt man in den Relationen (A. 8) bis (A. 17) die Kovarianten durch PES Gl. (2. 6) so erhält man die Relationen Gl. (3. 4).

- 1) K. Hepp *Helv. Phys. Acta* 36, 355 (1963)
Helv. Phys. Acta 37, 55 (1964)
- 2) H. Joos *Fortschr. d. Phys.* 10, 65 (1962)
- 3) D. Williams *U. C. R. L. Report No.* 11113
- 4) K. Hardenberg, K. H. Mütter, W. R. Theis *Nuovo Cimento* 62A, 385, (1969)
- 5) H. Kleinert, K. H. Mütter, N. C. 63A, 657 (1969)
- 6) J. Bertrand, *Nuovo Cimento* 1A, 1, (1971)
- 7) D. Zwanziger, *Lectures in Theoretical Physics* 1964 Vol. 7A .p. 190
- 8) P. Moussa, R. Stora, *Methods in Subnuclear Physics* Vol. II
*Lectures at Hercegnovi International School of
Elementary Particle Physics* 1966
- 9) J. S. Ball, *Phys. Rev.* 124, 2014, (1961)
- 10) W. A. Bardeen, W. K. Tung, *Phys. Rev.* 173, 1423 (1968)
- 11) G. F. Chew, M. L. Goldberger, F. E. Low, T. Nambu *P. R.* 106, 1345
(1957)
- 12) J. P. Ader, M. Capdeville, H. Navelet, *Nuovo Cimento* 56A, 315 (1968)

Druck:

Der Präsident der Freien Universität Berlin
- Universitätsdruckerei -

1 Berlin 41, Kelchstraße 31

